Classe de 4^e B — Mars 2012

MATHÉMATIQUE

Travail de récupération

Objectifs du travail

- Mettre à jour tes connaissances et les techniques relatives au second degré (algèbre et fonctions), aux vecteurs et à la géométrie dans l'espace.
- Consolider tes bases en vue du contrôle de synthèse du mois de juin.

Ce travail sera suivi d'un test au mois d'avril pour évaluer ta progression et ce qui reste encore à mettre au point.

Bon travail.
A. Vandenbruaene.

Une question ? Tu peux me contacter par courriel : ism_math_4b@skynet.be .

A. Équations, inéquations et fonctions du second degré

1. Résoudre les équations suivantes sans utiliser les formules générales.

a) $7x^2 + 21x = 0$

c) $2x^2 + 18 = 0$

b) $32 - 16x^2 = 0$

d) $36x^2 + 12x + 1 = 0$

---

2. Résoudre les équations suivantes.

a) $4x^2 + \sqrt{2} \cdot x - 3 = 0$

c) $\dfrac{2}{x} = 2x - 1$

b) $5x \cdot (x - 3) = 2x^2 - 8$

d) $\dfrac{2x-5}{x-1} = \dfrac{x-1}{x+1}$

---

3. Pour chacune des équations suivantes, déterminer la somme et le produit des solutions via les formules S et P. Ensuite, en déduire les solutions.

a) $x^2 + 4x - 21 = 0$

b) $x^2 - 8x + 12 = 0$

---

4. Construire les graphiques des fonctions suivantes par transformations de celui de $f(x) = x^2$. Détailler les étapes de la construction.

a) $f(x) = (x-4)^2 + 1$

b) $g(x) = -\dfrac{1}{2}(x+5)^2 + 3$

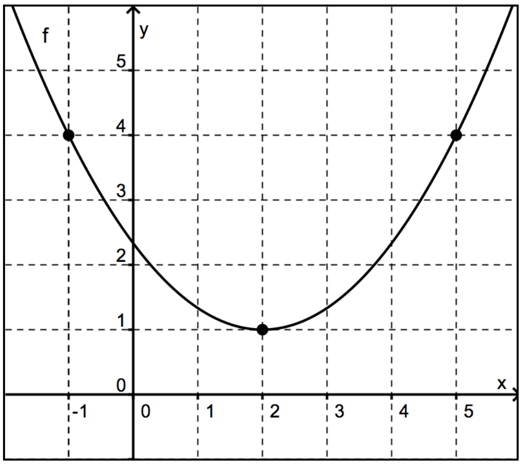
5. Construire le graphique de chacune des fonctions suivantes en fournissant les renseignements suivants : axe de symétrie, sommet, intersections avec les axes de coordonnées, tableau de points supplémentaires.

   a) $f(x) = 2x^2 + 6x$ b) $g(x) = -x^2 - 2x - 2$

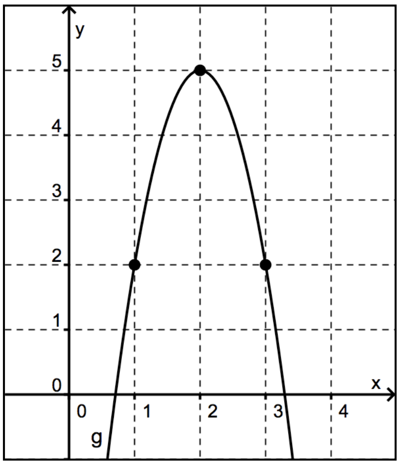
---

6. Déterminer une expression analytique des fonctions du second degré représentées ci-dessous.

①



②



---

7. Résoudre les inéquations suivantes. Présenter les solutions sous forme d'inégalités et sous forme d'intervalles.

   a) $\dfrac{2x^2 - 9x - 5}{3 - x} \geq 0$ c) $\dfrac{2x}{x + 3} \geq x - 1$

   b) $\dfrac{25 - x^2}{3x - 6} \leq 0$ d) $\dfrac{1}{2 - x} \geq x + 1$

B. Vecteurs

1. On donne les points $A(-4,3)$, $B(0,-1)$ et $C(1,-3)$.

   a) Calculer le couple de composantes du vecteur $5 \cdot \overrightarrow{AB} - 2 \cdot \overrightarrow{CA}$.

   b) Représenter le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et calculer sa norme (longueur).

   c) Calculer les coordonnées d'un point P tel que $-3 \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CP}$.

   d) Calculer les coordonnées du point Q tel que $ABQC$ soit un parallélogramme.

   e) Soit le point $R(5, y)$.
   Calculer y pour que le vecteur $\overrightarrow{CQ}$ soit parallèle au vecteur $\overrightarrow{AB}$.

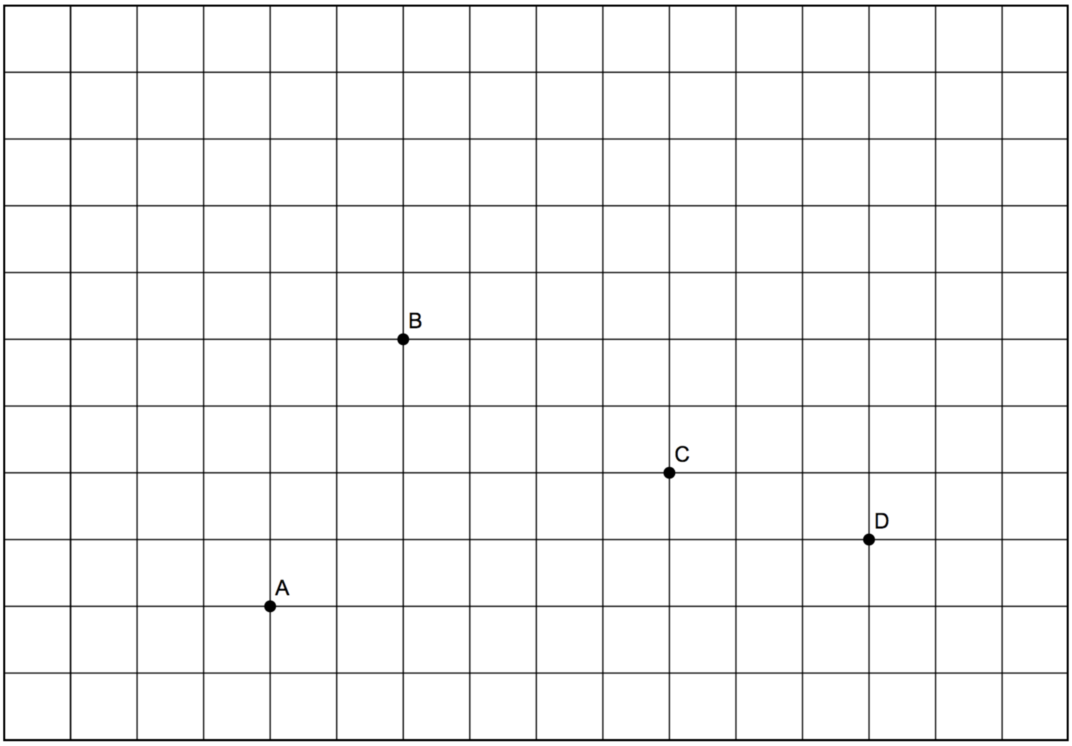
2. Sachant que $5 \cdot \overrightarrow{BA} = -\frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{CD}$, compléter l'égalité suivante : $\overrightarrow{DC} = \ldots\ldots\ldots \cdot \overrightarrow{AB}$.

---

3. Construire ci-dessous les vecteurs suivants :

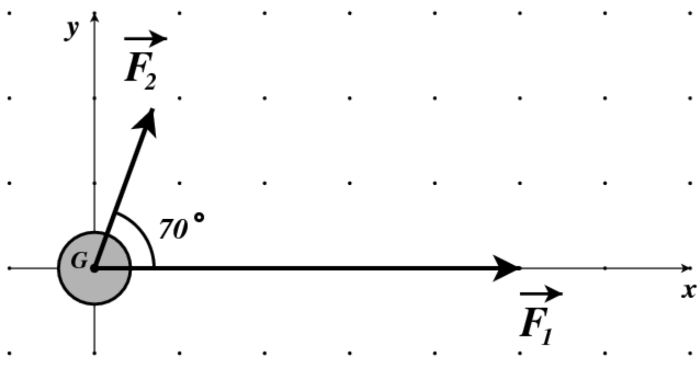
a) $\vec{u} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{AB} + 2 \cdot \overrightarrow{CD}$

b) $\vec{v} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$



---

4. Un corps est soumis à deux forces $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ d'intensités respectives 50 newtons et 20 newtons. L'angle entre les directions des deux forces a une amplitude de 70°.



Nous travaillons dans un repère orthonormé d'axes x et y .

a) Déterminer les composantes de $\vec{F_1}$, de $\vec{F_2}$ (utiliser les relations trigonométriques dans un triangle rectangle) et de $\vec{F_1} + \vec{F_2}$.

b) Représenter le vecteur résultant $\vec{F_1} + \vec{F_2}$ ci-dessus.

c) Calculer l'intensité de $\vec{F_1} + \vec{F_2}$ (utiliser le théorème de Pythagore).

5. Simplifier au maximum l'expression vectorielle suivante (détailler) :

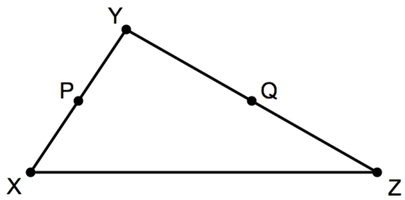
$$2\cdot\overrightarrow{AB}-\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{BA}\right)+3\cdot\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EC}$$

---

6. Soit un triangle XYZ, ainsi que les points P et Q, milieux respectifs des segments $[XY]$ et $[YZ]$.

   Démontrer le « petit » théorème de THALÈS :

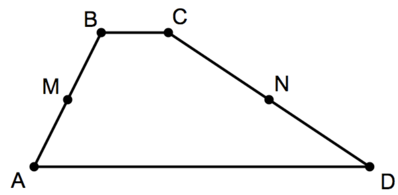
$$\overrightarrow{XZ}=2\cdot\overrightarrow{PQ}\ .$$



---

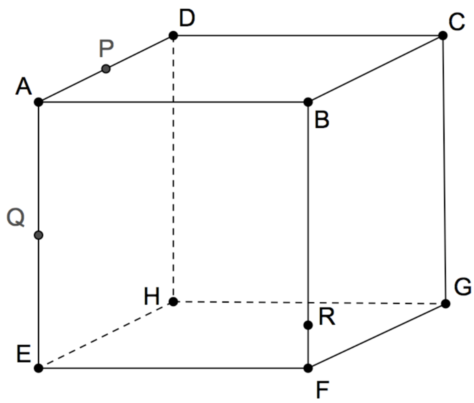
7. Soit un trapèze $ABCD$, ainsi que les points M et N, milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$.

   Démontrer que $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\cdot\overrightarrow{MN}$.



C. Géométrie dans l'espace

1. Voici un cube $ABCDEFGH$. On donne les points P, Q et R tels que $P\in[AD]$, $Q\in[AE]$ et $R\in[BF]$.



   a) Les droites PQ et EF sont sécantes. Réalité ou illusion ? Expliquer.

   b) Les droites FQ et AC sont sécantes. Réalité ou illusion ? Expliquer.

   c) Démontrer que la droite DG est parallèle au plan ACF.

   d) Démontrer que le plan ACF est parallèle au plan DEG.

---

2. Voici un tétraèdre $ABCD$. Soient E, F et G les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$ et $[BD]$.

   Démontre que les plans EFG et ACD sont parallèles.