DISTANCES DANS L'ESPACE

Voici quelques exercices de géométrie analytique de l'espace. Dans chaque problème se trouve une démarche pour calculer une distance (entre un point et un plan, entre un point et une droite, etc). Tous les énoncés se conçoivent donc dans un repère orthonormé. Bon travail !

A. Vandenbruaene

Pour chaque exercice, réalisez un schéma reprenant tous les éléments du problème.

1. Soient les points $A(2,5,-1)$, $P(0,0,1)$, $Q(2,2,9)$ et $R(-1,2,0)$.

   a) Déterminez une équation cartésienne du plan $\pi = PQR$ (utilisez la méthode du déterminant).

   b) Déterminez des équations paramétriques de la droite d comprenant le point A et perpendiculaire à π.

   c) Calculez les coordonnées du point de percée I de d dans π.

   d) Calculez la distance entre les points A et I.

   La distance entre les points A et I est aussi la distance entre A et le plan π.

---

2. Soient les points $B(-3,4,1)$, $K(-1,1,0)$ et $L(5,2,5)$.

   a) Déterminez des équations paramétriques de la droite $b = KL$.

   b) Déterminez une équation cartésienne du plan α comprenant le point B et perpendiculaire à b.

   c) Calculez les coordonnées du point de percée J de b dans α.

   d) Calculez la distance entre les points B et J.

   La distance entre les points B et J est aussi la distance entre B et la droite b.

---

3. Soient les plans $\alpha \equiv x - y + 2z - 6 = 0$ et $\beta \equiv 2x - 2y + 4z + 1 = 0$.

   a) Expliquez pourquoi les plans α et β sont parallèles.

   b) Déterminez un point quelconque du plan α (par exemple, le point A d'abscisse et d'ordonnée nulles).

   c) Calculez la distance entre le point A et le plan β (démarche : voir exercice n°1 à partir du point (b)).

   La distance entre le point A et le plan β est aussi la distance entre les plans parallèles α et β.

4. Soient les droites $a \equiv \frac{x}{4} = \frac{y-1}{2} = z+3$ et $b \equiv \frac{x-5}{2} = y = 2z+1$.

   a) Expliquez pourquoi les droites a et b sont parallèles.

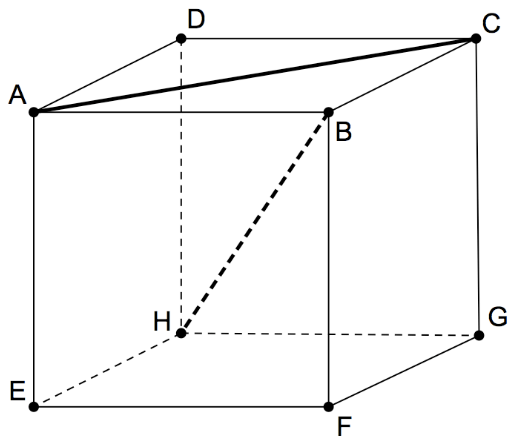
   b) Déterminez un point quelconque A de la droite a .

   c) Calculez la distance entre le point A et la droite b (démarche : voir exercice n°2 à partir du point (b)).

La distance entre le point A et la droite b est aussi la distance entre les droites parallèles a et b .

---

5. Voici un cube $ABCDEFGH$ dont les arêtes mesurent 1 unité de longueur.



   a) Sachant que le point H est l'origine d'un repère orthonormé, que l'axe des abscisses est HE , l'axe des ordonnées HG , et l'axe des cotes HD , donnez les coordonnées des points H , A , B et C .

   b) Déterminez un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite HB et un vecteur directeur $\vec{v}$ de la droite AC .

   c) Trouvez un vecteur non nul $\vec{w}$ qui soit simultanément orthogonal aux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

   d) Déterminez une équation cartésienne du plan π de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$, et contenant la droite HB (notez que ce plan est perpendiculaire à la droite AC).

   e) Calculez les coordonnées du point de percée I de la droite AC dans le plan π .

   f) Calculez la distance entre le point I et la droite HB (démarche : voir exercice n°2 à partir du point (b))

La distance entre le point I et la droite HB est aussi la distance entre les droites gauches AC et HB .

<u>Remarque</u> : si l'on se représente bien la situation, il est assez facile de calculer la distance entre ces deux droites gauches, notamment par la trigonométrie.