Étude d'une fonction polynôme (seconde partie)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} + 1$.

Étudier la concavité du graphique de f et calculer les coordonnées de ses points d'inflexion éventuels.
Déterminer l'équation de la tangente à G_f en chacun des points d'inflexion.

Nous avons déjà étudié les variations de cette fonction (voir etude_fct_poly.pdf).

Nous avions utilisé sa dérivée première : $f'(x) = \frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{2}$.

Dérivée seconde

$$f''(x) = \left(\frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{2}\right)' = x + 1$$

Tableau des concavités

Ce tableau découle du tableau de signes de f'' . La seule racine de f'' est $x = -1$.

x		- 1	
f''	-	0	+
f		PI	

Conclusions

Le graphique de la fonction f

- tourne sa concavité vers le bas dans l'intervalle] - ∞ , - 1]
- admet un point d'inflexion en x = - 1 ; coordonnées (- 1 , f(-1)) = (- 1 , 17 / 6)
- tourne sa concavité vers le haut dans l'intervalle [- 1 , + ∞ [

Tangente au point d'inflexion

Nous savons que l'équation d'une tangente non verticale en un point (a , $f(a)$) d'une fonction f est donnée par la formule

$$\boxed{t \equiv y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)}$$

Dans le cas présent : $t \equiv y - \frac{17}{6} = f'(-1) \cdot (x - (-1))$ avec $f'(-1) = \left[\frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{2}\right]_{x=-1} = -2$

$$t \equiv y - \frac{17}{6} = -2 \cdot (x + 1) \quad \rightarrow \quad \boxed{t \equiv y = -2x + \frac{5}{6}}$$