Déterminer a et b pour que le polynôme

$$p(x) = x^4 + x^3 + ax^2 + bx + 2$$

soit divisible par (x^2+2)

1ère façon

$p(x)$ est factorisable en un produit de x^2+2 par un autre polynôme du 2nd degré (car $p(x)$ est de degré 4)

$$x^4 + x^3 + ax^2 + bx + \underline{\underline{2}} = (x^2+2)(x^2+px+q)$$

je prends le coefficient 1 car on a $1.x^4$

$$= x^4 + px^3 + qx^2 + 2x^2 + 2px + 2q$$

$$= x^4 + px^3 + (q+2)x^2 + 2px + \underline{\underline{2q}}$$

$\rightarrow$ $p = 1$ $\quad$ $a = q+2$ $\quad$ $b = 2p$ $\quad$ $2q = 2$

$\boxed{b = 2}$ $\quad$ $q = 1$ $\rightarrow$ $\boxed{a = 3}$

2ème façon

$$\begin{array}{r|l}
x^4 + x^3 + ax^2 + bx + 2 & x^2+2 \\ \cline{2-2}
-(x^4 \qquad + 2x^2) & x^2 + x + (a-2) \\ \cline{1-1}
x^3 + (a-2)x^2 + bx + 2 & \\
-(x^3 \qquad + 2x) & \\ \cline{1-1}
(a-2)x^2 + (b-2)x + 2 & \\
-[(a-2)x^2 \qquad + 2(a-2)] & \\ \cline{1-1}
\boxed{(b-2)x + 2 - 2(a-2)} &
\end{array}$$

c'est le reste de la division et il doit être nul

$\rightarrow$ $b - 2 = 0 \rightarrow \boxed{b = 2}$

$2 - 2(a-2) = 0 \longrightarrow 2 - 2a + 4 = 0 \longrightarrow \boxed{a = 3}$